Finanční matematika pro každého[1] - vzorečky

Jitka Vachtová

17. května 2011

www.vachtova.cz

Abstrakt

Uvedené vzorce finanční matematiky vychází převážně z knihy Finanční matematika pro každého od Jarmily Radové, Petra Dvořáka a Jiřího Málka. Používám pokud možno shodná označení. Některé vzorečky jsem však pro zjednodušení trochu upravila či dokonce doplnila.

Nejde zde zatím o úplný výběr z knihy. Zpracovány jsou vzorce až po úročení. Další vzorečky budou postupně časem doplňovány... Jde o výtah pro studijní účely.

1 Základní pojmy

1.1 Procentový počet

$1\,\% = \frac{1}{100}$
$100\,\% = 1$ celek = celý základ
$x = z \cdot \frac{p}{100}$
$z = \frac{x \cdot p}{100}$
$p = \frac{x \cdot 100}{z}$
x procenotová část
z základ
p počet procent

1.2 Funkce

$y = f(x)$
x nezávisle proměnná
y závisle proměnná

1.2.1 Lineární funkce

$y = k \cdot x + q$
k, q konstanty
x nezávisle proměnná
y závisle proměnná

Přímá úměrnost $y = k \cdot x$

1.2.2 Nepřímá úměrnost

$y = \frac{k}{x}$

Rovnoosá hyperbola pokud $k = 1$, jde o rovnoosou hyperbolu

1.2.3 Exponenciální funkce

$y = a^x$
$a > 0,\ x \in \mathbb{R}$

Speciální případ $y = \mathbf{e}^x$
$\mathbf{e}$ je Eulerovo číslo
$\mathbf{e} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

1.2.4 Logaritmická funkce

$y = \log_a x$
$x \in (0, \infty)$
$a > 0,\ a \neq 1$
y logaritmus
platí $a^y = x$

Přirozený logaritmus $a = \mathbf{e}$
$\mathbf{e}$ je Eulerovo číslo, $\mathbf{e} = 2,71828...$
$y = \log_{\mathbf{e}} x = \ln x$

Dekadický logaritmus $a = 10$
$y = \log_{10} x = \log x$

1.3 Průměry

1.3.1 Aritmetický průměr

$$m_a = \frac{a_1+a_2+...+a_n}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i}{n}$$

Vážený aritmetický průměr a_i mají četnost n_i (a_i se opakuje n_i-krát)

$$m_a = \frac{n_1 \cdot a_1+n_2 \cdot a_2+...+n_r \cdot a_r}{n_1+n_2+...+n_r} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{r} n_i \cdot a_i}{n}$$

$n = n_1 + n_2 + ... + n_r$

1.3.2 Geometrický průměr

$m_g = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n}$

Vážený geometrický průměr a_i mají četnost n_i (a_i se opakuje n_i-krát)
$m_g = \sqrt[n]{a_1^{n_1} + a_2^{n_2} + ... + a_r^{n_r}}$
$n = n_1 + n_2 + ... + n_r$

1.4 Posloupnosti a řady

a_1, a_2, ... posloupnost čísel

1.4.1 Posloupnost aritmetická

$a_{k+1} = a_k + d$
$a_k = a_1 + (k-1) \cdot d$
$a_k = \frac{a_{k-1}+a_{k+1}}{2}$
$a_r = a_s + (r-s) \cdot d$
$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
a_1 první člen řady
a_n poslední n-tý člen řady
n počet členů
d diference, $d \in \mathbb{R}$

1.4.2 Posloupnost geometrická

$a_{k+1} = a_k \cdot q$
$a_k = a_1 \cdot q^{(k-1)}$
$\mid a_k \mid = \sqrt{a_{k-1} \cdot a_{k+1}}$
$a_r = a_s \cdot q^{(r-s)}$
pro $q \neq 1$
$s_n = a_1 \frac{q^n-1}{q-1} = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$
pro $q = 1$
$s_n = n \cdot a_1$
a_1 první člen řady
a_n poslední n-tý člen řady
n počet členů
d (kvocient), $q \in \mathbb{R}$

2 Úročení

2.1 Základní pojmy

Úroková doba n = doba splatnosti (doba existence smluvního vztahu)
Úrokové období = doba, za kterou se připisují úroky
Úroková míra (sazba):

- Nominální úroková míra
- Efektivní úroková míra
- Zvažovaná úroková míra, požadovaná výnosnost
- Vnitřní výnosové procento

Nominální úroková míra (sazba):

- p. a. (per annum) - roční
- p. s. (per semestre) - pololetní
- p. q. (per quartale) - čtvrtletní
- p. m. (per mensem) - měsíční
- p. d. (per diem) - denní

2.1.1 Způsob počítání času odčítací metodou

Z krajních dnů se obvykle první den nepočítá. Vzorec pro výpočet dnů toto "řeší" automaticky.

$t = D_2 - D_1 + (M_2 - M_1) \cdot 30$

t počet dní při standardu 30E/360

$D_1 M_1$ datum počátku (např. uložení peněz), D je den, M je měsíc

$D_2 M_2$ datum konce (např. vrácení peněz), D je den, M je měsíc

2.2 Jednoduché úročení polhůtní

$u = K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360} = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

$u = K \cdot i \cdot n$

K peněžní částka (kapitál), obvykle dále značeno jako K_0

p roční úroková sazba v procentech

t doba splatnosti kapitálu ve dnech (obvykle $0 < t < 360$)

u úrok

$i = \frac{p}{100}$ úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

$n = \frac{t}{360}$ doba splatnosti vyjádřená v letech

Počet dní:

- ACT - započítává skutečný počet dní (obvykle neuvažuje první den)
- 30E - celé měsíce = 30 dnů
- 30A - jako 30E, ale pokud konec připadne na 31. den v měsíci a začátek není 30 či 31. dne v měsíci, počítá se 31. Od 30 E se liší max. o jeden den.

Standardy:

- ACT/365 (anglická metoda) - (resp. 366)
- ACT/360 (francouzská či mezinárodní metoda)
- 30E/360 (německá či obchodní metoda)

Úrokové číslo (UC) $UC = \frac{K \cdot t}{100}$

Úrokový dělitel (UD) $UD = \frac{360}{p}$

Úrok $u = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{\frac{K \cdot t}{100}}{\frac{360}{p}} = \frac{UC}{UD}$

$u = \frac{UC}{UD}$

Jestliže je částka K_1 uložena (úročena) t_1 dní, částka K_2 uložena t_2 dní, ..., částka K_r uložena t_r dní vše při úrokové míře p, pak:

$UC_1 = \frac{K_1 \cdot t_1}{100}$, $UC_2 = \frac{K_2 \cdot t_2}{100}$, ..., $UC_r = \frac{K_r \cdot t_r}{100}$

$u = \frac{\sum_{j=1}^{r} UC_j}{UD}$

2.2.1 Základní rovnice pro jednoduché polhůtní úročení

$u = K_0 \cdot i \cdot n$
$K_n = K_0 + u$
$K_n = K_0 + K_0 \cdot i \cdot n = K_0(1 + i \cdot n)$
$K_n = K_0(1 + i \cdot n)$
K_0 počáteční peněžní částka (kapitál), *současná hodnota kapitálu*
$i = \frac{p}{100}$ roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
$n = \frac{t}{360}$ doba splatnosti kapitálu v letech
K_n stav kapitálu za dobu n, *budoucí hodnota kapitálu*
u úrok

2.2.2 Odvozené rovnice

Počáteční (základní) kapitál $K_0 = \frac{K_n}{1+i \cdot n} = \frac{u}{i \cdot n}$

Doba splatnosti (úročení) $n = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot i} = \frac{u}{K_0 \cdot i}$

Úroková sazba (výnostnost) $i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n} = \frac{u}{K_0 \cdot n}$

2.3 Diskont (předlhůtní úročení)

$D_{ob} = K_n \cdot d \cdot n$
$K_{ob} = K_n - D_{ob} = K_n - K_n \cdot d \cdot n = K_n \cdot (1 - d \cdot n)$
$K_{ob} = K_n \cdot (1 - d \cdot n)$
D_{ob} obchodní diskont
K_n nominální hodnota pohledávky splatná za dobu n, *budoucí hodnota*
d diskontní sazba jako desetinné číslo p.a.
K_{ob} vyplacená částka, *současná hodnota*

2.4 Vztah mezi polhůtní úrokovou sazbou a diskontní sazbou

Aby polhůtní úročení (úroková sazba i) a předlhůtní úročení (diskontní sazba d) bylo shodné, musí platit:
$i = \frac{d}{1-d \cdot n}$
$d = \frac{i}{1+i \cdot n}$
obecně $\Longrightarrow d < i$

3 Složené úročení

Jde o případ, kdy $n >$ *úrokové období*. Počítají se úroky z úroků...
$\mathbb{N}$ přirozené číslo (kladné celé číslo)

3.1 Základní rovnice pro složené úročení polhůtní

3.1.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$
$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$
K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu
K_n *budoucí hodnota* kapitálu
n doba splatnosti (úroková doba)
i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
$(1 + i)^n$ úročitel

3.1.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n}$
K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu
K_n *budoucí hodnota* kapitálu
n doba splatnosti (úroková doba)
m počet úrokových období za rok (četnost připisování úroků, frekvence úročení)
i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo
$\frac{i}{m}$ úroková sazba za m-tinu roku vyjádřená jako desetinné číslo

3.2 Kombinace jednoduchého a složeného úročení – smíšené úročení

3.2.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \notin \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \notin \mathbb{N}$

$K_{n_0} = K_0 \cdot (1 + i)^{n_0}$
$K_n = K_{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$
$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$
$n = n_0 + l$
n_0 celá část n (nebo-li $[n]$), celý počet ukončených let, přirozené číslo
l necelá část roku (nebo-li $(n - [n])$), číslo < 1
K_0 počáteční kapitál
K_{n_0} kapitál po n_0 letech (úročí se složeně)
K_n konečná výše kapitálu v době splatnosti n (po dobu n_0 úročeno složeně, po dobu l úročeno jednoduše)
i roční úroková sazba

3.2.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \notin \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \notin \mathbb{N}$

$K_{n_0} = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{n_0}$
$K_n = K_{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$
$K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$
$n = n_0 + l$
$n_0 = m \cdot [n] + počet\, celých\, úrokových\, období\, v\, posledním\, roce$, přirozené číslo, počet celých ukončených úrokových období (počet ukončených m-tin roku)
l číslo menší než m-tina roku vyjádřené jako část roku
K_0 počáteční kapitál
K_{n_0} kapitál po n_0 úrokových obdobích (úročí se složeně)
K_n konečná výše kapitálu v době splatnosti n (po dobu n_0 úročeno složeně, po dobu l úročeno jednoduše)
i roční úroková sazba
m počet úrokových období za rok

3.3 Výpočet doby splatnosti

3.3.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$ zlogaritmujeme
$\ln K_n = \ln K_0 + n \ln(1 + i)$
$n = \frac{\ln K_n - \ln K_0}{\ln(1+i)}$

Pozn: Tento vzorec použijeme, i pokud $n \notin \mathbb{N}$. Výsledek je sice trochu nepřesný, ale nestojí to "za tu práci". Správně by šlo totiž o smíšené úročení.

3.3.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n}$ zlogaritmujeme

$\ln K_n = \ln K_0 + m \cdot n \ln(1 + \frac{i}{m})$

$n = \frac{\ln K_n - \ln K_0}{m \cdot \ln(1 + \frac{i}{m})}$

Pozn: Tento vzorec použijeme, i pokud $n \notin \mathbb{N}$. Výsledek je sice trochu nepřesný, ale nestojí to "za tu práci". Správně by šlo totiž o smíšené úročení.

3.4 Současná hodnota při složeném úročení

3.4.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$

$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n} = K_n \cdot (1 + i)^{-n}$

$\frac{1}{(1+i)^n} = \left(\frac{1}{1+i}\right)^n = \nu^n$

$\nu = \frac{1}{1+i} = (1 + i)^{-1}$

ν diskontní faktor

$K_0 = K_n \cdot \nu^n$

K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu, *SH, PV*

K_n *budoucí hodnota* kapitálu, *BH, FV*

n doba splatnosti (úroková doba)

i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

3.4.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n}$

$K_0 = \frac{K_n}{(1+\frac{i}{m})^{m \cdot n}}$

K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu, *SH, PV*

K_n *budoucí hodnota* kapitálu, *BH, FV*

n doba splatnosti (úroková doba)

m počet úrokových období za rok (četnost připisování úroků, frekvence úročení)

i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

$\frac{i}{m}$ úroková sazba za m-tinu roku vyjádřená jako desetinné číslo

3.5 Současná hodnota při smíšeném úročení

3.5.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \notin \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \notin \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{n_0} \cdot (1 + l \cdot i)$

$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^{n_0} \cdot (1+l \cdot i)}$

$n = n_0 + l$

n_0 celá část n (nebo-li $[n]$), celý počet ukončených let, přirozené číslo

l necelá část roku (nebo-li $(n - [n])$), číslo < 1

K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu, *SH, PV*

K_{n_0} kapitál po n_0 letech (úročí se složeně)

K_n *budoucí hodnota* kapitálu, *BH, FV* v době splatnosti n (po dobu n_0 úročeno složeně, po dobu l úročeno jednoduše)

i roční úroková sazba

3.5.2 Čistá současná hodnota

Přepočítáme peněžní toky K_1, K_2, ..., K_n na současnou hodnotu K_0

$K_0 = \frac{K_1}{(1+i)^1} + \frac{K_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{K_n}{(1+i)^n}$

$\check{C}SH = K_0 - počáteční\,investice$

$\check{C}SH$ čistá současná hodnota (NPV net present value)

3.5.3 Vnitřní míra výnosu (vnitřní výnosové procento i)

$K = \frac{u_1}{(1+i)^1} + \frac{u_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{u_n}{(1+i)^n}$

K vynaložený kapitál

n doba životnosti investice, doba na kterou počítáme míru výnosu

$u_1 ... u_n$ peněžní toky spojené s investicí v jednotlivých letech

i vnitřní míra výnosu (vnitřní výnosové procento)

Výpočet i není snadný, používají se počítače...

3.6 Výpočet výnosnosti (úrokové sazby)

3.6.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1+i)^n$

$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$

K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu

K_n *budoucí hodnota* kapitálu

n doba splatnosti (úroková doba)

i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

3.6.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n}$

$i = m \cdot (\sqrt[m \cdot n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1)$

K_0 *současná hodnota* (původní hodnota) kapitálu, *SH, PV*

K_n *budoucí hodnota* kapitálu, *BH, FV*

n doba splatnosti (úroková doba)

m počet úrokových období za rok (četnost připisování úroků, frekvence úročení)

i roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

$\frac{i}{m}$ úroková sazba za m-tinu roku vyjádřená jako desetinné číslo

3.7 Výpočet úroku

3.7.1 Úroky připisovány 1-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období roční, úroky připisovány pravidelně na konci roku, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$u = K_n - K_0 = K_0 \cdot (1+i)^n - K_0 = K_0 \cdot [(1+i)^n - 1]$

3.7.2 Úroky připisovány m-krát ročně, $n \in \mathbb{N}$

Úrokové období kratší než jeden rok, úroky připisovány m-krát ročně pravidelně na konci úrokového období, doba splatnosti je n let, $n \in \mathbb{N}$

$u = K_n - K_0 = K_0 \cdot (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n} - K_0 = K_0 \cdot \left[(1 + \frac{i}{m})^{m \cdot n} - 1\right]$

3.8 Efektivní úroková sazba

$1 + i_e = (1 + \frac{i}{m})^m$
i_e ideální efektivní úroková sazba
i roční úroková sazba
m počet úrokových období, m-krát za rok připisovány úroky
$i_e = (1 + \frac{i}{m})^m - 1$

3.9 Úroková intenzita – spojité úročení

$1 + i_e = \lim\limits_{m \to \infty} (1 + \frac{i}{m})^m = \lim\limits_{m \to \infty} \left[(1 + \frac{1}{\frac{m}{i}})^{\frac{m}{i}} \right]^i = \mathbf{e}^i$
$\mathbf{e} = \lim\limits_{m \to \infty} (1 + \frac{1}{m})^m$
$\mathbf{e}$ je Eulerovo číslo, $\mathbf{e} = 2,71828...$
$i_e = \mathbf{e}^i - 1$
$i = \ln(1 + i_e)$
i_e úroková intenzita
i roční úroková sazba
m počet úrokových období v roce

Spojité úročení $K_n = K_0 \cdot \mathbf{e}^{i \cdot n}$

Spojité diskontování $K_0 = K_n \cdot \mathbf{e}^{-i \cdot n}$
K_0 počáteční kapitál
K_n hodnota kapitálu za dobu n
i roční úroková sazba

3.9.1 Nominální a reálná úroková sazba

K_r reálná výše kapitálu
K_0 kapitál na počátku úrokového období
i nominální úroková míra vyjádřená jako desetinné číslo
i_r reálná úroková míra vyjádřená jako desetinné číslo
i_i míra inflace

Úrokové období roční $K_r = K_0 \cdot (1 + i) \cdot \frac{1}{1+i_i}$
$K_r = K_0 \cdot (1 + i_r)$

Fisherova rovnice $i = i_r + i_i + i_r i_i$
protože $i_r i_i$ je malé $\Rightarrow$ zjednodušeně:
$i_r = i - i_i$

3.10 Hrubý a čistý výnos

K_0 počáteční kapitál
$u_č$ čistý výnos (úrok)
i nominální úroková míra vyjádřená jako desetinné číslo (hrubá výnosnost), někdy značeno i_h
$i_č$ čistá výnosnost (čistá úroková sazba)
d daňová sazba vyjádřená jako desetinné číslo
n doba splatnosti vyjádřená v letech (obvykle $0 < n < 1$)
${}_čK_n$ čistá konečná výše kapitálu

Hrubý výnos $u = K \cdot i \cdot n$

Čistý výnos $u_{\check{c}} = K_0 \cdot i \cdot n - d \cdot K_0 \cdot i \cdot n = K_0 \cdot i \cdot (1-d) \cdot n$

Čistá konečná výše kapitálu ${}_{\check{c}}K_n = K_0 + u_{\check{c}} = K_0 + K_0 \cdot i \cdot (1-d) \cdot n = K_0 \cdot [1 + i \cdot (1-d) \cdot n]$

Čistá roční výnosnost $i_{\check{c}} = \frac{{}_{\check{c}}K_n - K_0}{K_0 \cdot n} = \frac{u_{\check{c}}}{K_0 \cdot n}$
$i_{\check{c}} = i \cdot (1-d)$
$i_h = \frac{i_{\check{c}}}{(1-d)}$

4 Běžné účty

4.1 Zůstatkový způsob

Úrok se počítá z úročení zůstatků účtu.

Úrokové číslo (UC) $UC = \frac{K \cdot t}{100}$
K výše kapitálu (zůstatku na účtu)
t úrokové období ve dnech

Úrokový dělitel (UD) $UD = \frac{360}{p}$

Úrok $u = \frac{UC}{UD}$
Zůstatek účtu K_1 je úročen t_1 dní, zůstatek K_2 je úročen t_2 dní, ..., zůstatek K_r je úročen t_r dní vše při úrokové míře p, pak:
$UC_1 = \frac{K_1 \cdot t_1}{100}$, $UC_2 = \frac{K_2 \cdot t_2}{100}$, ..., $UC_r = \frac{K_r \cdot t_r}{100}$

$$u = \frac{\sum_{j=1}^{r} UC_j}{UD}$$

4.2 Postupný způsob

Úrok se počítá z úročení jednotlivých příjmů a výdajů. Úrok se počítá ze změn na účtu (z příjmů a výdajů), a to od data změny až do konce období. Počáteční stav a příjmy mají kladné UC, výdaje mají záporné UC. Úroková čísla se sečtou a vydělí úrokovým dělitelem.

$$u = \frac{\sum_{j=1}^{r} UC_j}{UD}$$

Reference

[1] RADOVÁ, Jarmila; DVOŘÁK, Petr; MÁLEK, Jiří. Finanční matematika pro každého. 7. vydání. Praha 7 : GRADA Publishing, a.s., 2009. 296 s. ISBN 978-80-247-3291-6. [kniha]